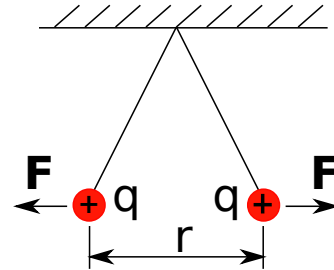




EXISTENCIA DE LA CARGA ELÉCTRICA.

Se considera que la ciencia eléctrica comienza con la publicación del libro “*De Magnete*” por William Gilbert (1544-1603), médico de la reina Isabel I de Inglaterra, en el año 1600. Recogía las experiencias de los griegos sobre la atracción y repulsión de cuerpos cargados por frotamiento. Dos objetos cargados de igual modo siempre se repelen; pero existen medios de cargar dos cuerpos de modo que se atraigan. Esto sugiere la existencia de dos tipos de carga. En un primer momento se las denominó vítrea y resinosa, y más tarde positiva y negativa. La unidad de carga en el SI es el **Culombio** (C).



Charles Coulomb (1736-1806) estudió las fuerzas existentes entre cuerpos cargados, y llegó a la conclusión de que las leyes son similares a las gravitatorias. Formuló la denominada ley de Coulomb:

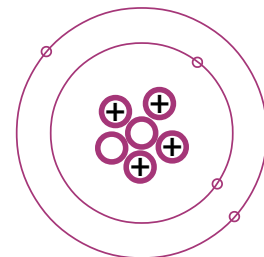
$$F = K \frac{q \cdot q'}{r^2}$$

La fuerza existente entre dos cargas es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ambas. Dos cargas de igual signo se repelen, y dos de distinto se atraen.

ESTRUCTURA DE LA MATERIA Y PROPIEDADES ELÉCTRICAS

La materia está formada por átomos. Estos constan de un núcleo y de una corteza. El núcleo está formado por neutrones (n^0) y protones (p^+). En el núcleo se concentra prácticamente toda la masa del átomo. En la corteza se encuentran los electrones (e^-), ocupando orbitales de energía. Los más alejados del núcleo están menos ligados al átomo que los más cercanos. Los protones tienen carga positiva, y los electrones negativa y con igual valor absoluto que la de los protones ($1,6 \cdot 10^{-19}$ C)

Los átomos en principio son neutros, ya que poseen el mismo número de protones que de electrones. Pero puede ocurrir que gane electrones, con lo que quedaría cargado negativamente; o bien, que los pierda, quedando cargado positivamente. Esto es lo que ocurre a algunos materiales cuando se les frota con lana, pelo...



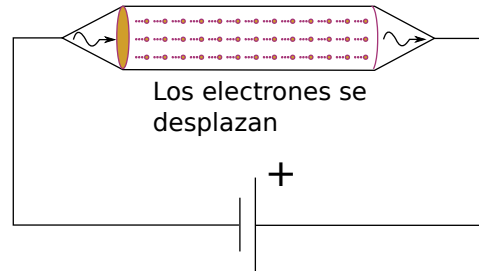
Los electrones de la última capa pueden pertenecer plenamente a un elemento o a un compuesto (interviniendo en el enlace químico entre elementos), o puede ocurrir que estos electrones migren con relativa facilidad de un átomo a otro, moviéndose en el material por la llamada banda de conducción. Cuando el enlace químico es covalente o iónico, los electrones están muy ligados a sus átomos; si el enlace es metálico los electrones de la última capa se mueven fácilmente por el material y aparece una corriente de carga eléctrica (a nivel



atómico). Los primeros materiales se denominan **aislantes**, y a los segundos **conductores**.

CORRIENTE ELÉCTRICA. INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA.

Si ordenamos el movimiento de los electrones entonces ya podemos hablar de corriente eléctrica (se mueve la carga eléctrica al moverse los electrones, en los que reside esta, de modo similar a la corriente de agua de un río). Puede generarse una corriente eléctrica ordenando el movimiento de partículas con carga positiva.



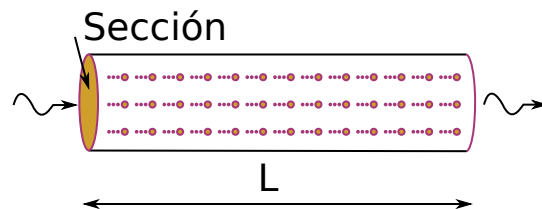
Podemos definir:

- **Corriente eléctrica:** movimiento ordenado de carga eléctrica.
- **Intensidad de corriente eléctrica (I):** cantidad de carga que pasa por la sección de un conductor en la unidad de tiempo. La unidad en el SI es el Amperio (A). $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

Para que por una sección de un conductor pase una carga de un Culombio en un segundo (1 A) han de pasar en cada segundo $1/1,6 \cdot 10^{-19} = 6,25 \cdot 10^{18}$ electrones.

RESISTENCIA ELÉCTRICA

Oposición que ofrece un material al paso de la corriente eléctrica. Los materiales con resistencia alta conducen mal la electricidad. La unidad de medida es el Ohmio (Ω). La resistencia en muchos materiales depende de la longitud L del hilo, de su sección, o área de paso S y de la resistividad ρ , que depende del material.



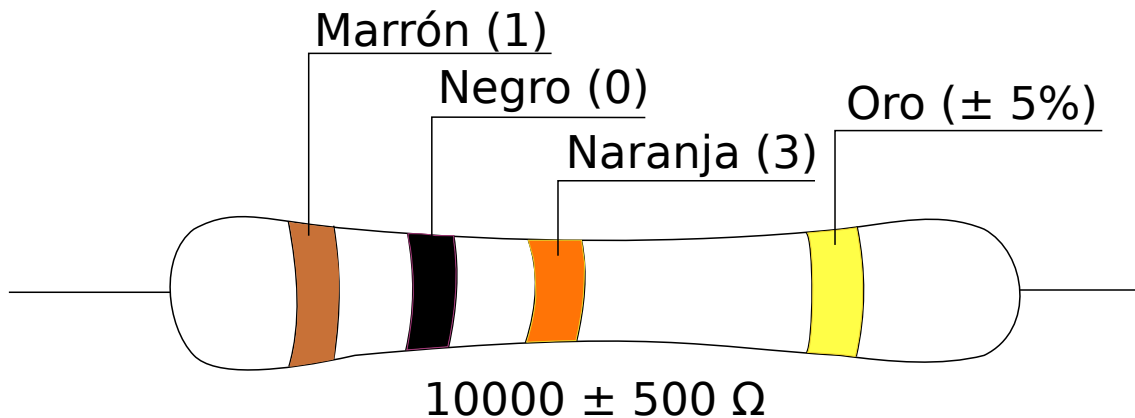
$$R(\Omega) = \rho(\Omega \cdot m) \frac{L(m)}{S(m^2)}$$

CONDUCTORES		AISLANTES	
MATERIAL	RESISTIVIDAD (Ωm)	MATERIAL	RESISTIVIDAD (Ωm)
Plata	$1.629 \cdot 10^{-8}$	Tierra húmeda	10^3
Cobre	$1.724 \cdot 10^{-8}$	Agua destilada	10^4
Oro	$2.439 \cdot 10^{-8}$	Tierra seca	10^5
Aluminio	$2.825 \cdot 10^{-8}$	Rocas	10^6
Wolframio	$5.525 \cdot 10^{-8}$	Baquelita	10^9
Hierro	10^{-7}	Vidrio	10^{12}
Grafito	10^{-5}	Mica	10^{15}
Agua de mar	0.25	Cuarzo fundido	10^{17}



El valor de la resistencia eléctrica a veces se codifica por medio de colores. En la resistencia aparecen cuatro bandas de colores, tres juntas en un extremo, y una cuarta en el extremo contrario. Empezando desde el extremo con las bandas juntas la 1ª y 2ª banda constituyen las cifras significativas, y la 3ª indica el factor multiplicador, o número de ceros que hemos de añadir a las dos cifras significativas. La cuarta banda indica la tolerancia, dentro de la cual el fabricante garantiza el valor de la resistencia.

COLOR	DÍGITO	MULTIPLICADOR	TOLERANCIA
Negro	0	10^0	-
Marrón	1	10^1	-
Rojo	2	10^2	-
Naranja	3	10^3	-
Amarillo	4	10^4	-
Verde	5	10^5	-
Azul	6	10^6	-
Violeta	7	10^7	-
Gris	8	10^8	-
Blanco	9	10^9	-
Oro	-	10^{-1}	$\pm 5\%$
Plata	-	10^{-2}	$\pm 10\%$
Sin color	-	-	$\pm 20\%$





TENSIÓN, DIFERENCIA DE POTENCIAL, FUERZA ELECTROMOTRIZ O VOLTAJE.

Si buscamos en la red una definición encontraremos:

*El **potencial eléctrico** o **potencial electrostático** en un punto, es el trabajo que debe realizar un campo electrostático para mover una carga positiva desde dicho punto hasta el punto de referencia, dividido por el valor de la carga de prueba. ... La unidad del Sistema Internacional es el voltio (V)*

Podemos definir la diferencia de potencial entre dos puntos como el trabajo por unidad de carga necesario para mover la carga de un punto al otro. La unidad de potencial en el SI es el Julio/Culombio, que se denomina **Voltio** (V). Las cargas positivas son impulsadas por esta energía a moverse de la zona de alto potencial a la de bajo potencial eléctrico. Ha de existir un camino por el que pueda circular la carga, que normalmente será un hilo conductor. Las cargas pierden energía potencial, que se puede transformar en otro tipo de energía (calorífica o mecánica).

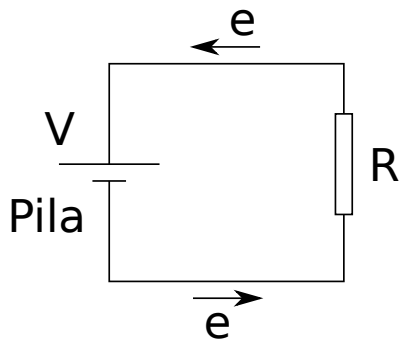
Es similar al movimiento del agua entre dos depósitos situados a diferente altura: si el agua tiene algún camino (una tubería, por ejemplo) se moverá del depósito alto al bajo: el agua del depósito alto tiene más energía potencial gravitatoria que el del bajo. De una forma espontánea el agua pierde energía potencial, que podemos aprovechar para realizar algún trabajo, como mover una rueda de paletas o un molino.

En el caso eléctrico supondremos que las cargas que se mueven son las positivas, aunque casi siempre se mueven electrones, portadores de carga negativa de la zona de bajo potencial al alto. En los razonamientos y aplicaciones de leyes eléctricas este hecho podemos obviarlo, aunque no en todos los casos: electrónica, electrólisis...

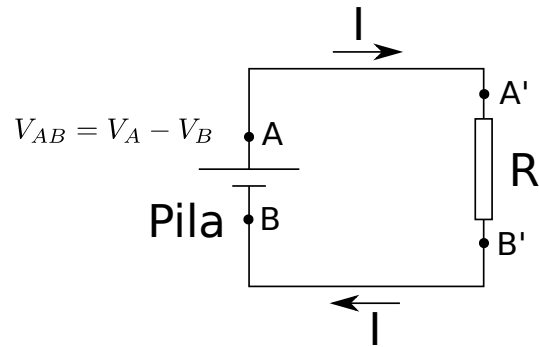
CIRCUITO ELÉCTRICO

En su forma más simple se compone de los siguiente elementos:

- Un **generador de fuerza electromotriz**, que aporta la energía para el movimiento de la carga. Puede ser una pila, una dinamo, un alternador...
- Un **conductor**, por el que se mueven los portadores de carga (habitualmente electrones).
- Una **resistencia**, que se opone al movimiento de los electrones o algún tipo de aparato eléctrico.



Movimiento de los electrones



Sentido convencional de la corriente

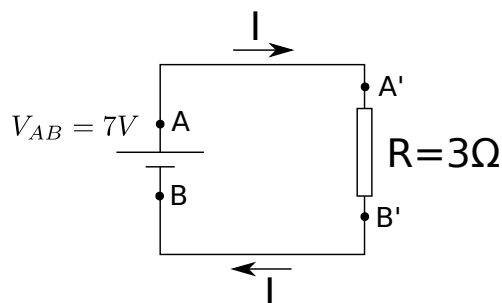
La corriente eléctrica se supone que va del polo positivo de la pila al negativo (sentido convencional de la carga eléctrica), aunque lo que se mueven son electrones en sentido contrario. La pila aporta una **diferencia de potencial** que mueve ordenadamente la carga en el interior del conductor que une sus dos polos. Para que exista una corriente eléctrica el camino entre el polo positivo y el negativo ha de estar cerrado.

LEY DE OHM

Relaciona V, I y R. La intensidad de corriente que pasa por una resistencia es directamente proporcional a la diferencia de potencial que hay en sus bornes, e inversamente proporcional al valor de la misma:

$$I(A) = \frac{V(V)}{R(\Omega)}$$

Todo el hilo conductor que une cada borne de la pila con los de la resistencia está a igual potencial: vamos a suponer que la resistencia del hilo conductor es

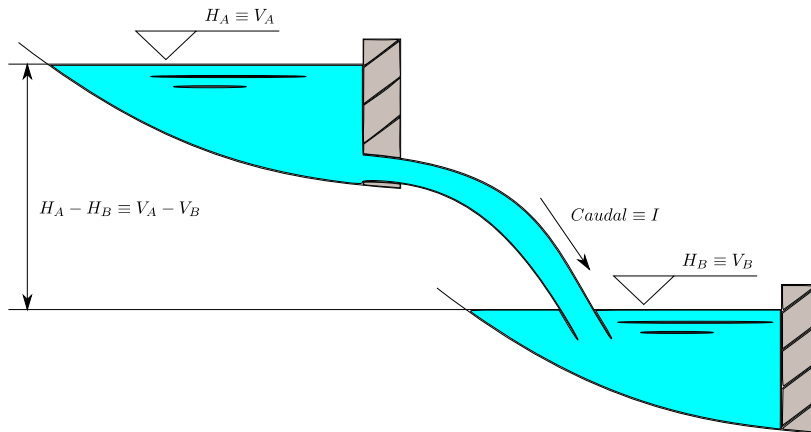


igual a cero, por lo que a efectos de potencial eléctrico $A=A'$, y $B=B'$. El hilo conductor A-A' es el "depósito de agua" alto, y el B-B' el bajo.

Podemos aplicar la ley de Ohm a este circuito para calcular la intensidad de corriente que circula por el mismo. La **intensidad de corriente** que pasa por la pila, por la resistencia y por los dos hilos

conductores es la misma: no hay ninguna derivación de carga eléctrica, por lo que toda la que sale de la pila pasa por cada elemento del circuito y retorna a la pila, en la que es impulsada de nuevo a circular por el circuito debido a la diferencia de potencial existente en los bornes de la misma.

$$I = \frac{V}{R} = \frac{7}{3} = 2,33 \text{ A}$$



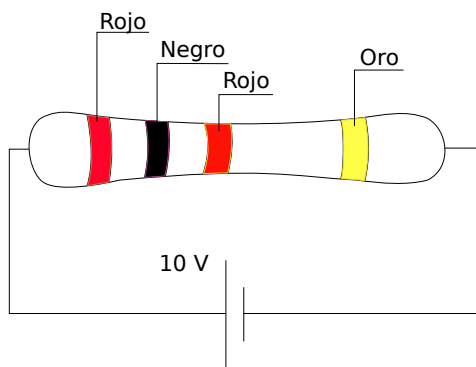
El agua va del depósito alto al bajo, de la zona de energía potencial alta a la de energía potencial baja. La diferencia de altura $H_A - H_B$ provoca una **corriente de agua** por la tubería hacia el depósito bajo. De modo similar la pila genera una diferencia de potencial eléctrico $V_A - V_B$ que impulsa la carga eléctrica, generando una **corriente eléctrica** entre la zona de potencial alto (polo positivo de la pila) y bajo (polo negativo) a través del conductor eléctrico.



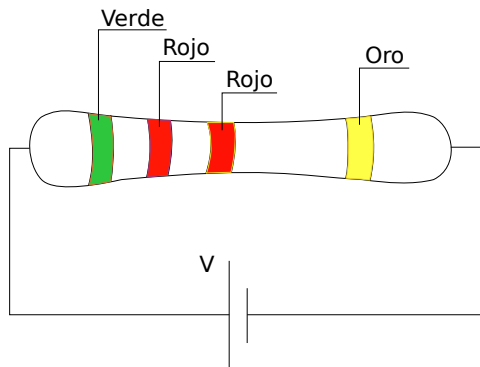
Ejercicios

1. Calcula la resistencia eléctrica de un conductor de cobre de 300 m de longitud y 0,4 mm de diámetro.

2. Calcula la intensidad de corriente que circula por la resistencia del circuito. ¿Entre qué valores máximo y mínimo se encuentra el valor de la resistencia?.



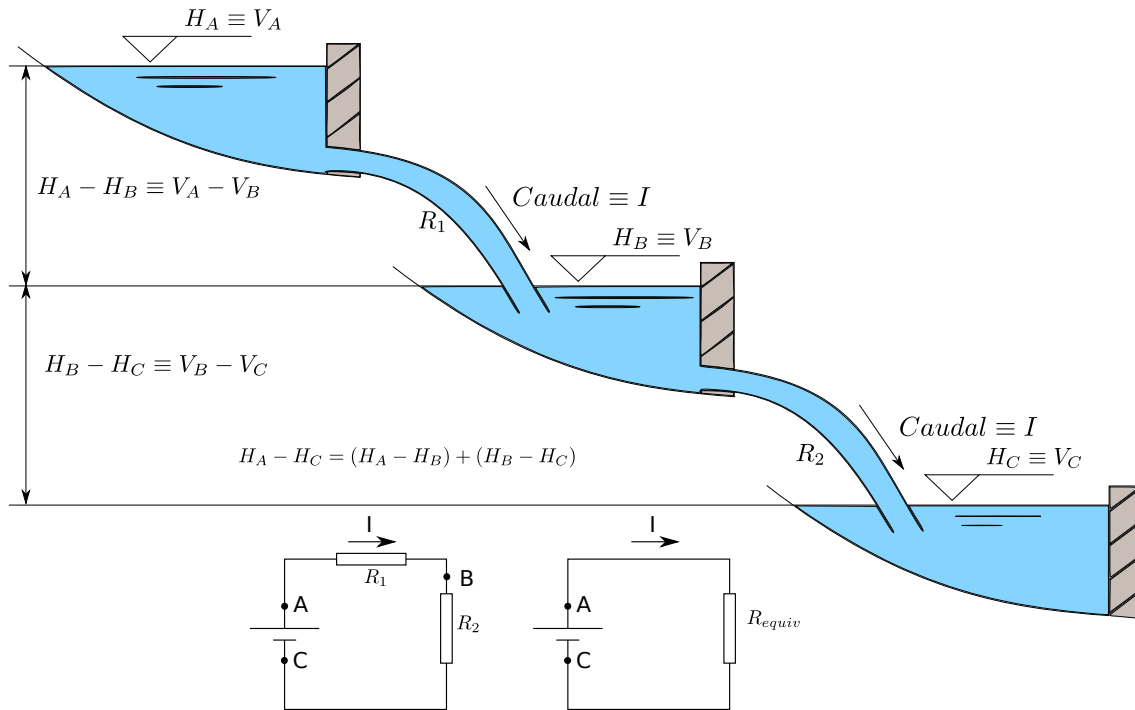
3. ¿Qué diferencia de potencial ha de tener la pila para que circule una intensidad de 20 mA?.





ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE

Varias resistencias están en serie cuando por ellas **circula la misma intensidad**. La tensión total de todas las resistencias conectadas en serie es igual a la suma de la caída de tensión en cada resistencia.



$$V_A - V_C = (V_A - V_B) + (V_B - V_C)$$

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC}$$

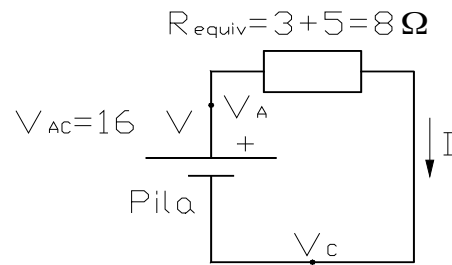
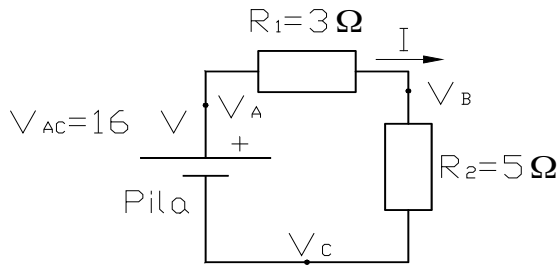
$$I \cdot R_{equiv} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 \Rightarrow R_{equiv} = R_1 + R_2$$

Podemos sustituir el circuito de varias resistencias en serie por un circuito equivalente que contenga una única resistencia *por la que pase la misma intensidad de corriente que por el conjunto de las resistencias en serie*. La caída de tensión en la resistencia equivalente es igual a la suma de las caídas de tensión en las resistencias en serie. Aplicando la ley de Ohm a la resistencia equivalente y a cada una de las resistencias asociadas llegamos a la conclusión de que **la resistencia equivalente es igual a la suma de las resistencias asociadas**.

$$R_{equiv} = R_1 + R_2$$



Ejemplo: Calcular la tensión y la intensidad que circula en cada elemento del circuito de la figura.

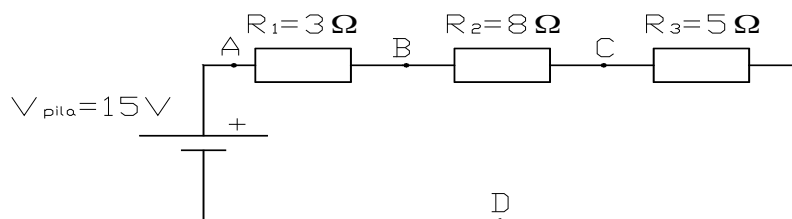


$$\begin{aligned}V_{AB} &= I \cdot R_1 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ V} \\V_{BC} &= I \cdot R_2 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ V} \\V_{AC} &= V_{pila} = V_{AB} + V_{BC} = 16 \text{ V}\end{aligned}$$

$$I = 16 / 8 = 2 \text{ A}$$

Ejercicios

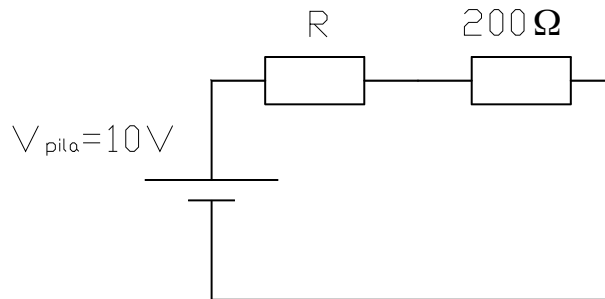
4. Calcula la intensidad de corriente y la tensión en cada resistencia del circuito de la figura.



	I(A)	V(V)
R ₁		V _{AB} =
R ₂		V _{BC} =
R ₃		V _{CD} =
Pila		V _{AD} =

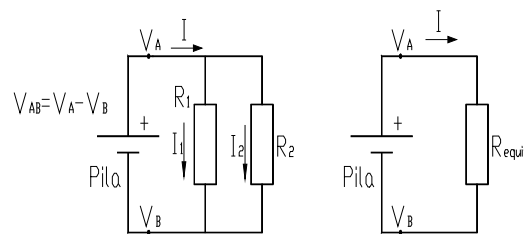
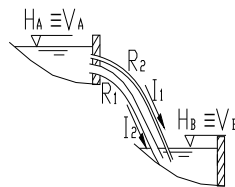


5. ¿Cuánto ha de valer la resistencia R del circuito para que circule una intensidad de corriente de 30 mA?



ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO

Las bornas de las resistencias en paralelo están unidas, por lo que la *tensión es la misma* en todas la resistencias colocadas en paralelo.



La tensión en las dos resistencias es la misma, $V_P = V_A - V_B$

$$I = V_P / R_{equiv}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$V_P / R_{equiv} = V_P / R_1 + V_P / R_2$$

$$\boxed{1/R_{equiv} = 1/R_1 + 1/R_2} \Rightarrow \boxed{R_{equiv} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$



La intensidad de corriente que circula por cada resistencia es distinta, por ser estas distintas. Se puede aplicar la ley de Ohm para calcular estas intensidades

$$I = \frac{V}{R}.$$

La intensidad total que circula es la suma de todas las intensidades. Igual que hicimos con el circuito con resistencias en serie podemos sustituir el conjunto de resistencias en paralelo por una resistencia equivalente, que es aquella que sometida a la misma tensión que las resistencias en paralelo permite el paso de una intensidad igual a la suma de las intensidades que circula por las resistencias en paralelo. Teniendo en cuenta estas consideraciones podemos calcular la resistencia equivalente:

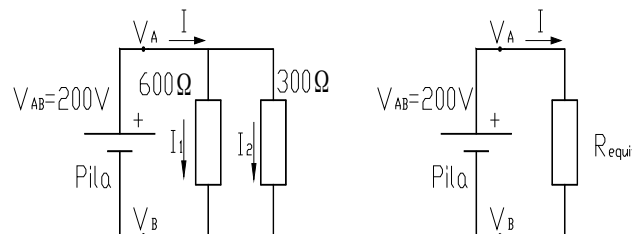
$$\frac{1}{R_{equiv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

En el caso de tener sólo dos resistencias:

$$R_{equiv} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Darse cuenta que siempre **la resistencia equivalente va a ser menor que la menor de las resistencias asociadas en paralelo.**

Ejemplo. Calcular la intensidad que circula por cada elemento y la resistencia equivalente.



Como conocemos la tensión en las resistencias:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = 220/600 = 0,367A \\ I_2 = 220/300 = 0,733A \\ I = I_1 + I_2 = 1,1A \end{array} \right\} R_{equiv} = V_{AB}/I = 220/1,1 = 200\Omega$$

Podríamos haber calculado la resistencia equivalente:

$$R_{equiv} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} = 200\Omega$$

$$I = V_{AB}/R_{equiv} = 220/200 = 1,1A$$

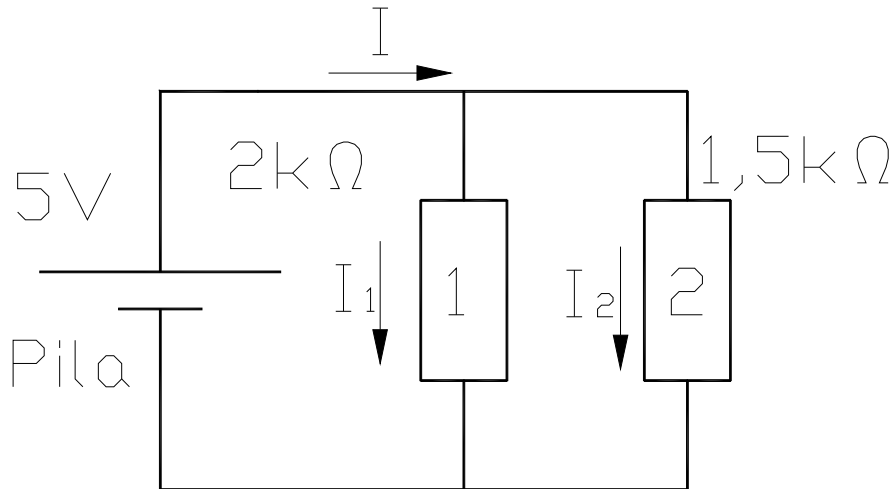
$$I_1 = 220/600 = 0,367A$$

$$I_2 = I - I_1 = 1,1 - 0,367 = 0,733A$$

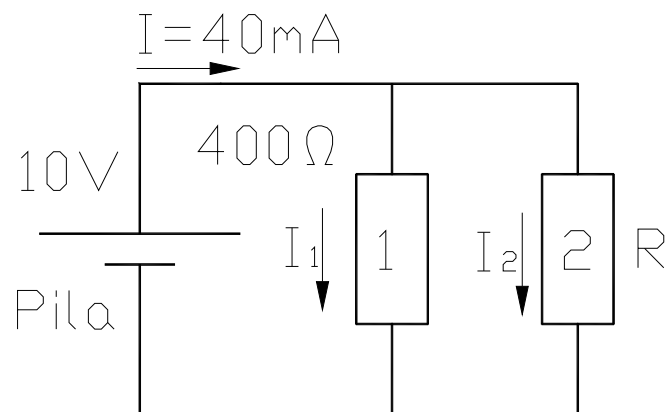


Ejercicios

6. Calcular I , I_1 , I_2 y R_{equiv} .



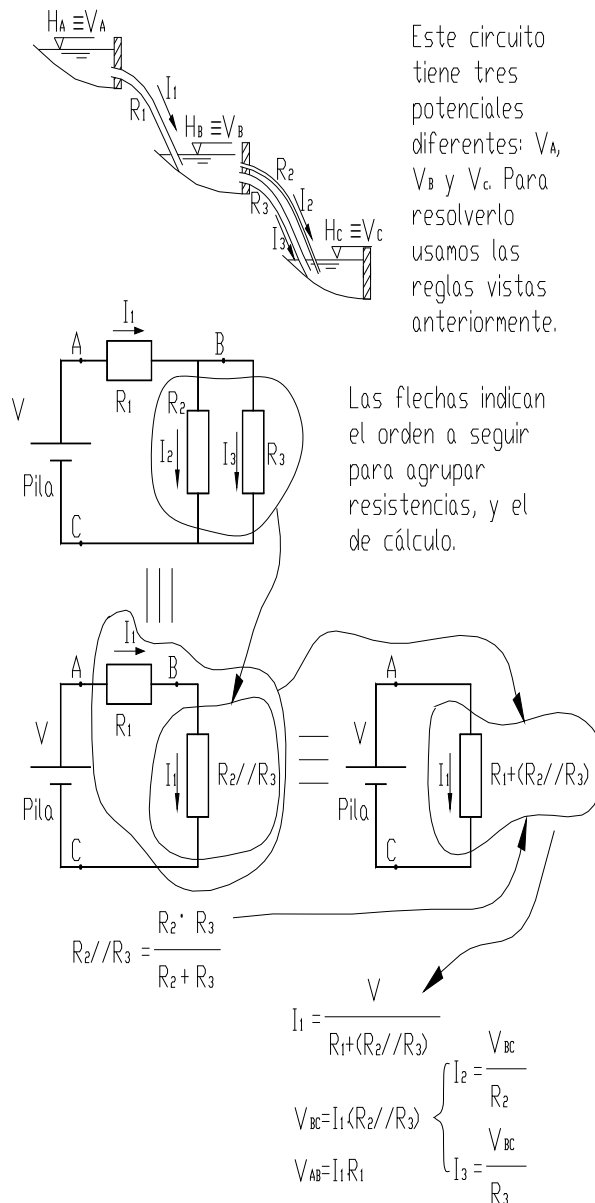
7. ¿Cuánto tiene que valer R para que I sea de 40 mA ?



**CIRCUITOS MIXTOS**

En estos circuitos se mezclan resistencias en serie y en paralelo. Algunos de ellos se pueden resolver fácilmente simplificando los circuitos asociando los grupos de resistencias que están en serie y paralelo. Otros circuitos se resuelven utilizando las leyes de Kirchhoff, el teorema de la superposición, los circuitos equivalentes Thevenin y Norton...

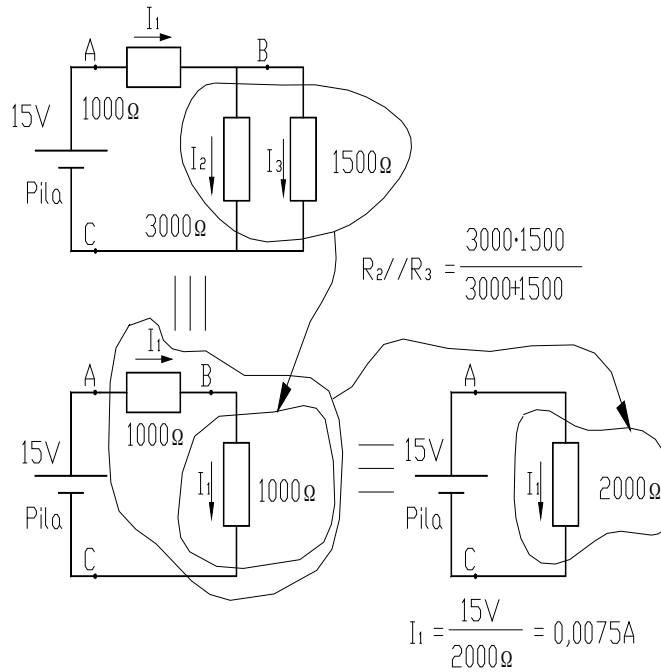
Por ejemplo:



Como puede verse la clave está en agrupar resistencias y aplicar la ley de Ohm a cada resistencia individual o al grupo de resistencias, y calcular los valores buscados en el circuito que más nos convenga.



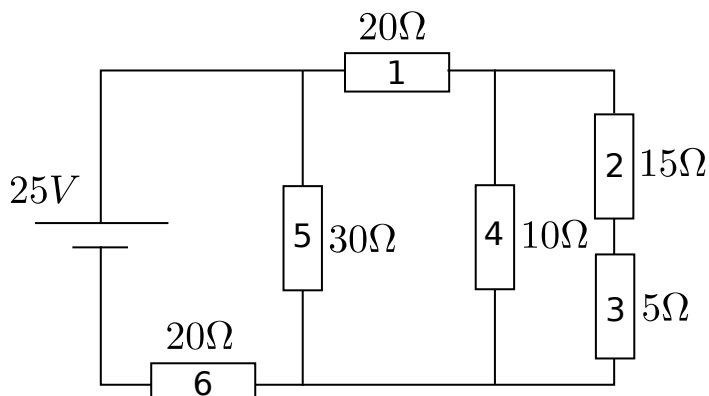
Ejemplo: Calcula la intensidad de corriente y la diferencia de potencial en cada resistencia.



$$\left. \begin{aligned} V_{BC} &= 0,0075 \cdot 1000 = 7,5V \\ V_{AB} &= 0,0075 \cdot 1000 = 7,5V \end{aligned} \right\} \begin{aligned} I_2 &= \frac{7,5}{3000} = 0,0025A \\ I_3 &= \frac{7,5}{1500} = 0,005A \end{aligned}$$

Ejercicios

8. Calcular la intensidad y la tensión en cada elemento del circuito de la figura.





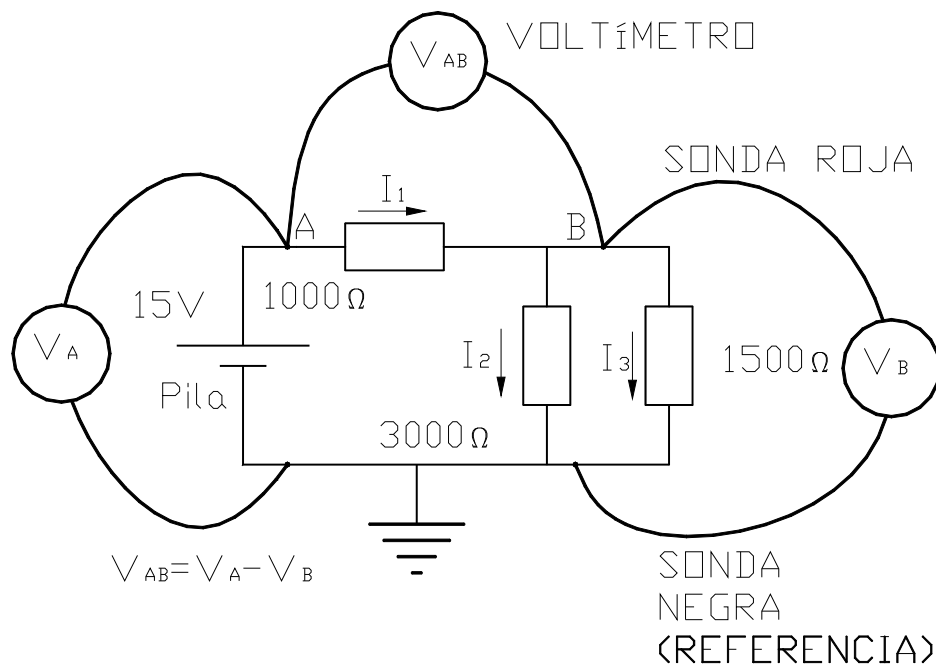
MEDIDA DE TENSIÓN E INTENSIDAD

Medida de tensión o diferencia de potencial eléctrico

Para la medida usamos un aparato denominado **voltímetro**. Suele estar integrado en un **polímetro**, aparato capaz de medir diversas magnitudes eléctricas. El voltímetro se coloca **en paralelo entre los puntos entre los que queremos medir la tensión**. Tiene una resistencia muy alta, por lo que la intensidad de corriente que pasa por el aparato es muy pequeña.

El voltímetro puede tener varias escalas de medida. Siempre se empieza por la más alta, y se va bajando hasta obtener una medida correcta utilizando la menor escala posible. Se pueden medir tensiones continuas o alternas. La posición para medir corrientes alternas (varía su polaridad con el tiempo, por lo que las cargas eléctricas cambian su sentido de movimiento continuamente) viene señalada por las siglas ACV, y la de medir corrientes continuas (siempre tienen la misma polaridad) por DCV.

La medida podemos obtenerla por **diferencia** de potencial entre dos puntos del circuito eléctrico. Utilizamos un potencial del circuito como referencia, al que asignamos cero Voltios. Tomando esa referencia medimos el potencial de los puntos entre los que deseamos conocer la diferencia de potencial. La resta de las dos medidas será el valor buscado.

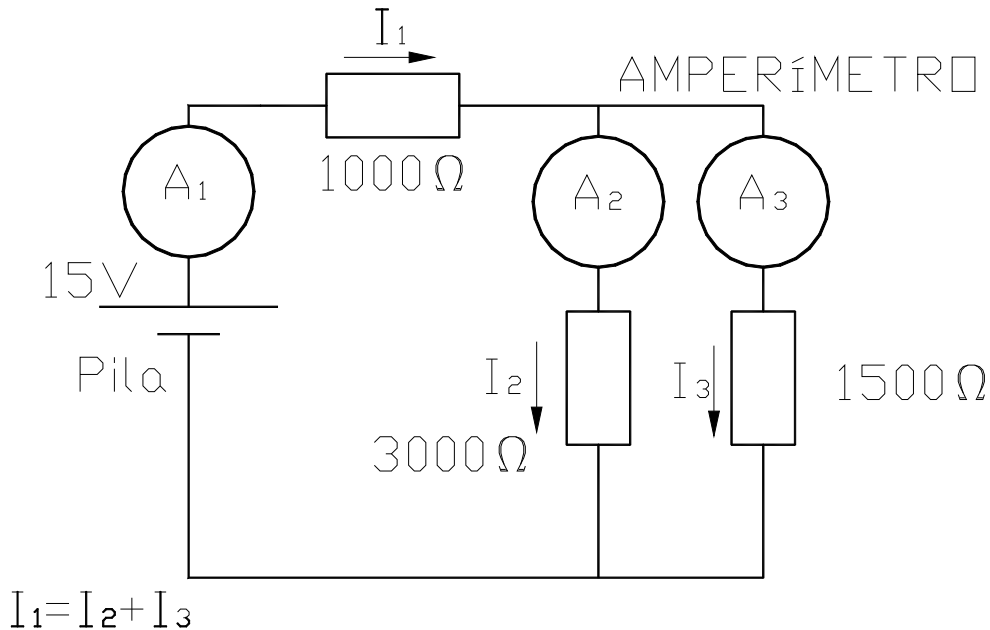


También podemos colocar las sondas del aparato en los dos puntos entre los que deseamos medir la tensión, y éste nos dará la medida directa (V_{AB}).



Medida de intensidad de corriente

Usamos un aparato denominado **amperímetro**, que suele estar integrado en el polímetro. Se conecta en serie, **intercalado en el hilo que alimenta la carga**: toda la corriente que pasa por la carga, pasa por el amperímetro. La resistencia interna del amperímetro es muy pequeña, por lo que si no lo hiciésemos así provocaríamos un cortocircuito, y podríamos estropear el aparato de medida.



Como en el caso de la tensión comenzamos a medir utilizando la escala más grande, y la bajamos hasta adecuarla a la medida.

POTENCIA ELÉCTRICA

Vimos que la diferencia de potencial entre dos puntos es la causante del movimiento de la carga eléctrica: es la **energía por unidad de carga** que impulsa la carga eléctrica por el conductor. Si tenemos en cuenta toda la carga que atraviesa una sección del conductor por unidad de tiempo (intensidad de corriente I) y la multiplicamos por la diferencia de potencial existente entre los puntos entre los que se mueve la carga, obtendremos la energía por unidad de tiempo que aporta la diferencia de potencial al movimiento de la carga: o sea, la potencia.

$$Pot = V \left(\frac{J}{C} \right) \cdot I \left(\frac{C}{s} \right) = V \cdot I \left(\frac{J}{s} \right)$$

Al J/s se le denomina **Vatio** (W).

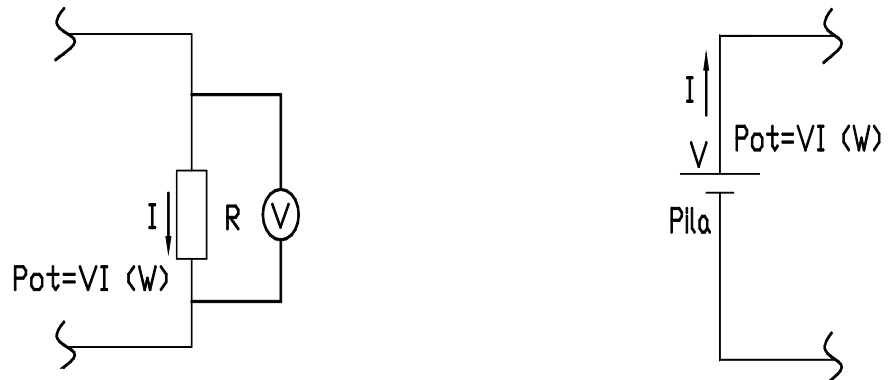
Resumiendo:

- La potencia eléctrica que **suministra** una pila es igual al producto de la tensión de la pila por la intensidad de corriente que atraviesa la pila.



- La potencia eléctrica que se **transforma** en calor en una resistencia, o que absorbe un motor, es igual al producto de la tensión en bornes de la resistencia por la intensidad I que atraviesa la resistencia. También se puede calcular:

$$Pot = V \cdot I = R \cdot I \cdot I = R \cdot I^2$$



Si tenemos un circuito eléctrico con pilas (generadores de tensión) y resistencias, la potencia total suministrada por las pilas es igual a la disipada por las resistencias.

ENERGÍA ELÉCTRICA

$$\text{Como } Pot = \frac{\text{Energía}}{\text{tiempo}} \Rightarrow \text{Energía} = Pot \cdot \text{tiempo}$$

La energía suministrada por una pila o consumida (transformada en calor) en una resistencia es igual al producto de la potencia por el tiempo. El producto del vatio por segundo nos da Julio. El Julio es una unidad pequeña. En electricidad se utiliza como unidad de energía el KWh (kilovatio-hora).

$$1 \text{ KWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

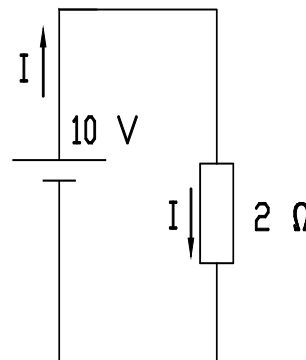
Ejemplo: ¿Qué potencia suministra la pila del circuito?. ¿Qué potencia disipa la resistencia?. ¿Qué energía suministra la resistencia al ambiente en 10 horas?.

Primero calculamos la intensidad de corriente que circula:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

La potencia **suministrada** por la pila será:

$$Pot = V \cdot I = 10 \cdot 5 = 50 \text{ W}$$



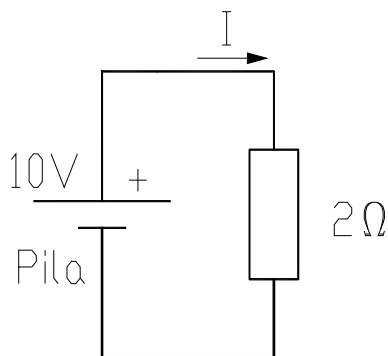


La potencia **disipada** por la resistencia, y transformada en calor, es igual a la suministrada por la pila (la resistencia tiene una tensión en bornes de 10 V, y pasa por ella la misma intensidad de corriente que pasa por la pila).

La **energía** que se disipa al ambiente en 10 h:

$$E = Pot \cdot t = 50 \text{ W} \cdot 10 \text{ h} = 50 \text{ W} \cdot (10 \cdot 3600 \text{ s}) = 1800000 \text{ J} = 1800 \text{ KJ} = 0,5 \text{ kWh}$$

Ejemplos: Calcula la potencia que suministra la pila y la energía que aporta la resistencia al ambiente en 10 h.



La potencia suministrada por la pila es igual a la disipada por la resistencia ya que por los dos elementos circula la misma intensidad I y están sometidos a la misma diferencia de potencial.

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

La potencia: $Pot = V \cdot I = 10 \cdot 2 = 20 \text{ W}$

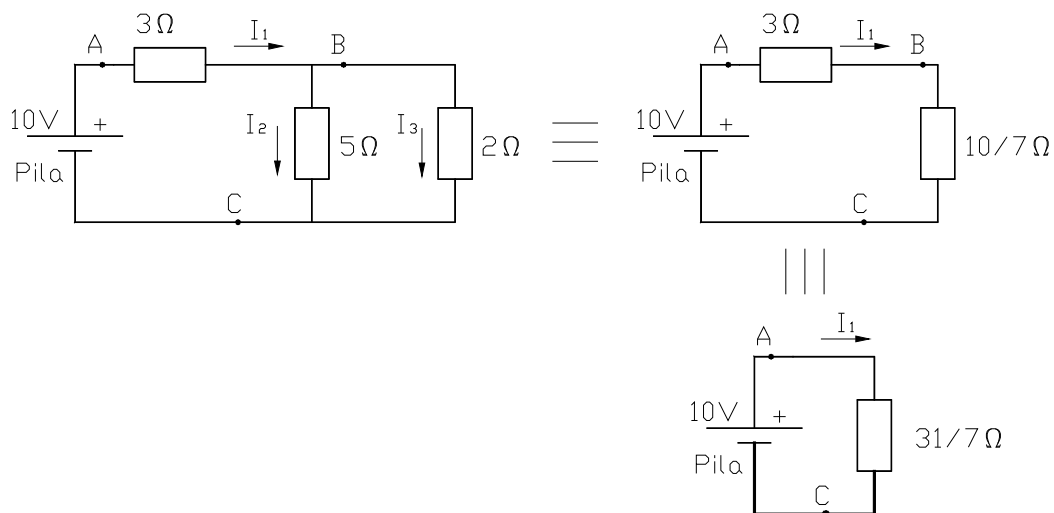
La energía disipada por la resistencia al ambiente en las 10 horas será:

$$E = Pot \cdot tiempo = 20 \text{ W} \cdot (3600 \cdot 10) \text{ sg} = 720.000 \text{ Julios}$$

Podemos calcularlo más rápido:

$$E = Pot \cdot tiempo = 0,02 \text{ kW} \cdot 10 \text{ h} = 0,2 \text{ kWh}$$

En el caso de tener varias resistencias:



Comenzamos el cálculo por el circuito más simple:

$$I_1 = \frac{70}{31} = 2,2581 \text{ A}$$



En el circuito intermedio podemos calcular V_{BC} y V_{AB} :

$$V_{BC} = I_1 \cdot \frac{10}{7} = 3,226 \text{ V}$$

$$V_{AB} = I_1 \cdot 3 = 6,774 \text{ V}$$

En el circuito primero calculamos I_2 e I_3 :

$$I_2 = \frac{V_{BC}}{5} = 0,6452 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{BC}}{2} = 1,613 \text{ A}$$

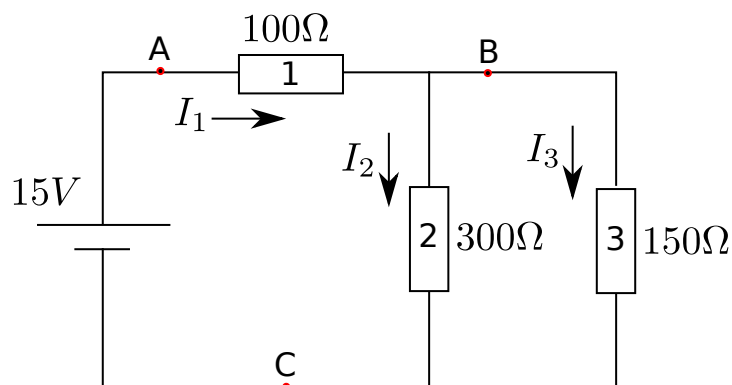
Resumiendo:

	I (A)	V (V)	Pot (W)
R_1	2,2581	6,774	15,296
R_2	0,6452	3,226	2,081
R_3	1,613	3,226	5,2036
Pila	2,2581	10	22,581

Puedes comprobar que la suma de las potencias disipadas por las resistencias coincide con la proporcionada por la pila.

Ejercicio

9. Calcular la potencia suministrada por la pila y la consumida en cada resistencia.



**LEYES DE KIRCHHOFF**

<https://www.youtube.com/watch?v=e1Rpe9I96ls>

Permiten el cálculo de circuitos más complejos.

1. Ley de los nodos

La suma de corriente en un nodo es cero.

$$\sum_1^n i_n = 0$$

En los nodos se unen tres o más conductores. El signo de

las corrientes que entran en el nodo es contrario a las de las que salen.

En cada nodo se obtiene una ecuación.

2. Ley de mallas

La suma de tensiones al recorrer una malla es cero. Las mallas son cerradas.

En las mallas de corriente continua tendremos generadores (normalmente baterías y pilas) y resistencias. La malla se recorre en un sentido, el de las agujas del reloj, por ejemplo. Se le asigna un sentido a la corriente de cada rama (tramo entre dos nodos) y se recorre la malla comenzando en un punto.

Generadores de corriente.

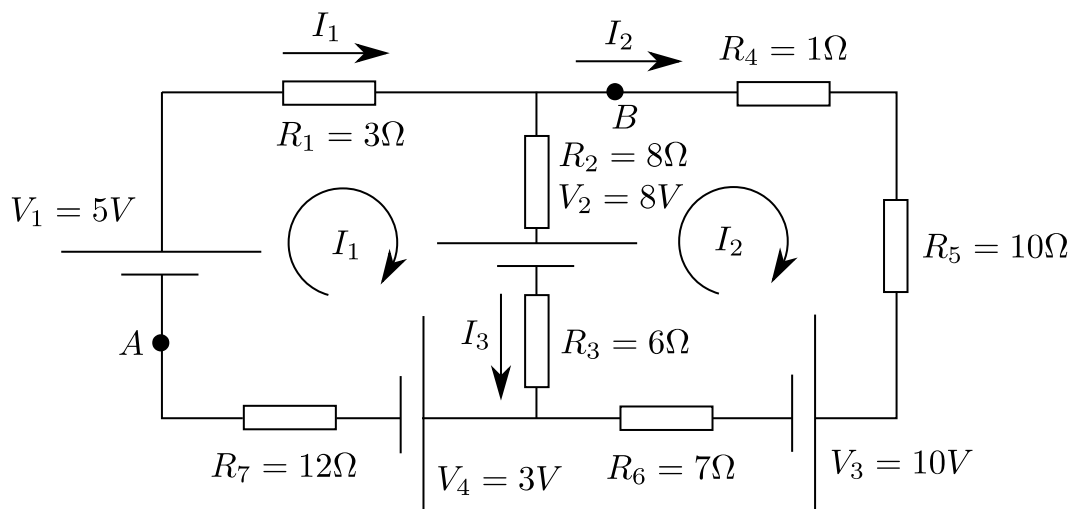
Si pasamos el generador del polo negativo al positivo la tensión es positiva. En caso contrario, negativa.

Resistencias.

Si coincide la dirección en que recorremos la malla con la de la corriente hay una caída de tensión, y la tensión será negativa. Se calcula su valor con la ley de Ohm: $V = I \cdot R$

En cada malla se obtiene una ecuación.

Lo mejor es poner un ejemplo:





Este circuito consta de dos nudos y tres mallas (las dos señaladas como I_1 e I_2 y una tercera que es todo el contorno del circuito). Nos quedamos con las dos indicadas que recorreremos en la dirección de las agujas del reloj. I_1 e I_2 se denominan corrientes de malla.

De modo arbitrario hemos señalado sobre las tres ramas (elementos de circuito entre nodos) tres intensidades I_1 , I_2 (coincidentes con las corrientes de malla) e I_3 . Puedes ver que al nodo superior le entra I_1 y le sale I_2 e I_3 . Podemos plantear en ese nodo la ecuación:

$$\sum I = I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Nos faltan dos ecuaciones, que obtendremos de las dos mallas.

Malla 1

Comenzamos a recorrerla en A. Lo primero es la batería V_1 de 5V. Pasamos de $-$ a $+$ (hay un aumento de tensión), por lo que comenzamos nuestra ecuación con +5.

Llegamos a R_1 . Coincide I_1 con el sentido en que recorreremos la malla, por lo que es R_1 pasamos de un potencial alto a uno bajo, hay una caída de tensión.

El término de la ecuación será negativo y su valor será $-R_1 \cdot I_1 = -3 \cdot I_1$

Hasta ahora nuestra ecuación es:

$$+5 - 3 \cdot I_1 \dots$$

Ahora aparece R_2 en la que I_3 tiene la misma dirección de nuestro recorrido: volvemos a tener una caída de tensión:

$$+5 - 3 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 \dots$$

Llegamos a la batería V_2 de 8V que atravesamos de $+$ a $-$ (de más potencial a menos) por lo que hay una caída de tensión, al contrario que en V_1 , por lo que el nuevo término es negativo:

$$+5 - 3 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 - 8 \dots$$

Ahora atravesamos R_3 en el sentido de I_3 :

$$+5 - 3 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 - 8 - 6 \cdot I_3 \dots$$

En V_4 tenemos las mismas condiciones que en V_2 :

$$+5 - 3 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 - 8 - 6 \cdot I_3 - 3 \dots$$

Y en R_7 , atravesada por I_1 las mismas que en las demás resistencias:

$$+5 - 3 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 - 8 - 6 \cdot I_3 - 3 - 12 \cdot I_1 \dots$$

Llegamos a nuestro destino A. Como la suma de tensiones es cero:

$$+5 - 3 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 - 8 - 6 \cdot I_3 - 3 - 12 \cdot I_1 = 0$$



Tenemos dos ecuaciones. Nos falta una tercera que obtenemos de la otra malla.

Malla 2

Comenzamos a recorrerla en B:

$$-1 \cdot I_2 - 10 \cdot I_2 - 10 - 7 \cdot I_2 + 6 \cdot I_3 + 8 + 8 \cdot I_3 = 0$$

V_3 la atravesamos de + a -, por eso es negativa (hay una bajada de tensión). V_2 , sin embargo, es positivo. También son positivos los términos de R_3 y R_2 , ya que los atravesamos contracorriente, hacia el borne de tensión mayor.

Ya hemos planteado tres ecuaciones con tres incógnitas. Hay que ordenarlas y resolver el sistema.

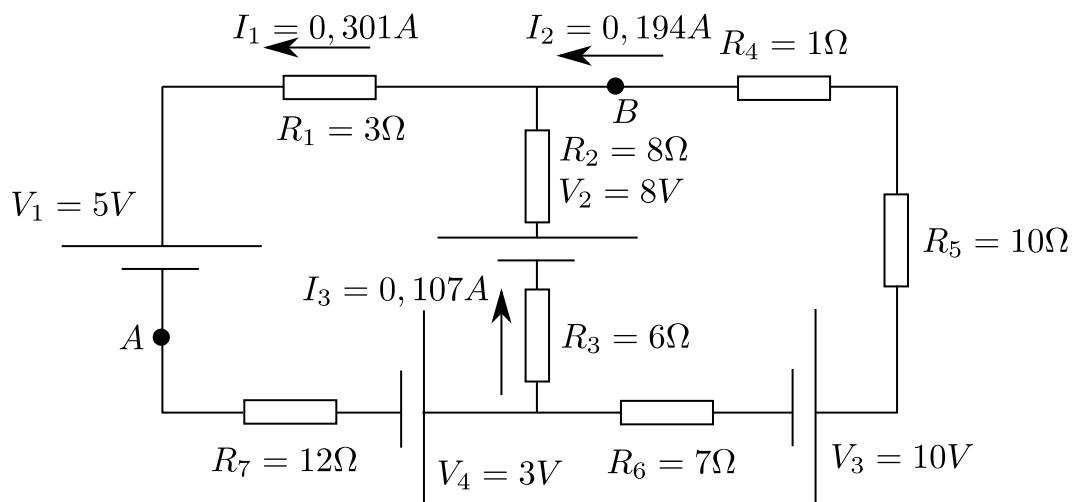
$$\left. \begin{array}{r} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ -15I_1 - 14I_3 = 6 \\ -18I_2 + 14I_3 = 2 \end{array} \right\}$$

Obtenemos:

http://wims.unice.fr/wims/es_tool~linear~linsolver.es.html

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = -0,30055 \text{ A} \\ I_2 = -0,194 \text{ A} \\ I_3 = -0,10655 \text{ A} \end{array} \right\}$$

Los tres resultados son negativos. Por tanto los **sentidos** de la corriente en las tres ramas es contrario al que hemos supuesto en un principio. En el siguiente circuito hemos cambiado los sentidos.





Vamos a hacer un balance energético:

ENERGÍA DISIPADA EN LAS RESISTENCIAS			
	I	R_{total}	P_{ot}=R I²
Rama izquierda	0,301 A	15 Ω	1,36 W
Rama central	0,107 A	14 Ω	0,16 W
Rama derecha	0,194 A	18 Ω	0,68 W
		TOTAL	2,20 W

ENERGÍA SUMINISTRADA POR LAS PILAS			
	V	I	P_{ot}=V I
V₁	5 V	- 0,301 A	-1,51 W
V₂	8 V	0,107 A	0,86 W
V₃	10 V	0,194 A	1,94 W
V₄	3 V	0,301 A	0,90 W
		TOTAL	2,19 W

Observa que en la pila primera la intensidad es negativa, ya que es contraria a la tensión. Se comporta como una batería que se está recargando; la corriente entra por el polo positivo y sale por el negativo. Consume energía, por eso la energía suministrada es negativa.

Lógicamente obtenemos que la energía disipada por las resistencias en forma de calor es igual a la suministrada por las pilas.

Planteamiento sistemático de las ecuaciones

Un método más sistemático para plantear las ecuaciones consiste en utilizar las intensidades de malla I_1 e I_2 . Se plantea una sola ecuación por malla.

1. Malla 1

Se recorre la malla y únicamente nos fijamos en las baterías. Sumamos sus valores (+ si pasamos de - a + y - en el caso contrario, como vimos anteriormente):

En la malla 1 obtenemos: $5 - 8 - 3 = -6$ V

Sumamos las resistencias de la malla 1: $3 + 8 + 6 + 12 = 29$ Ω

Observamos que las mallas 1 y 2 tienen en común las resistencias de 8 Ω y 6 Ω. Las sumamos, 14 Ω

Planteamos la siguiente ecuación:

$$(\text{Resistencias malla 1}) \cdot I_1 - (\text{Resistencias rama común}) \cdot I_2 = (\text{Suma de tensiones de malla 1})$$

$$29 \cdot I_1 - 14 I_2 = -6$$



2. Malla 2

Operando de modo similar obtenemos:

$$-(\text{Resistencias rama común}) \cdot I_1 + (\text{Resistencias malla 2}) \cdot I_2 = (\text{Suma de tensiones de malla 2})$$

$$-14 \cdot I_1 + 32 I_2 = -2$$

Obtenemos el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 29 I_1 - 14 I_2 = -6 \\ -14 I_1 + 32 I_2 = -2 \end{array} \right\}$$

Si lo resolvemos (http://wims.unice.fr/wims/es_tool~linear~linsolver.es.html):

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = -0,30055 \text{ A} \\ I_2 = -0,194 \text{ A} \end{array} \right\}$$

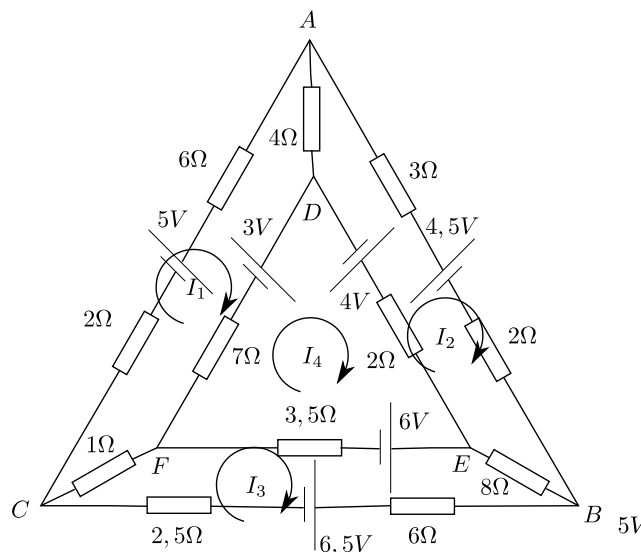
Obtenemos las dos intensidades de malla, que coinciden con las I_1 e I_2 calculadas anteriormente.

Para calcular I_3 de la rama común (nos fijamos en el primer esquema en el que fijamos las intensidades de malla):

$$I_3 = I_1 - I_2 = -0,30055 + 0,194 = -0,10655 \text{ A}$$

Obtenemos los mismos resultados que anteriormente.

Otro ejemplo por si queréis entreteneros:



Consta de 4 mallas y 9 ramas. Si planteamos las ecuaciones de rama necesitamos 9 ecuaciones para obtener las nueve intensidades de rama. Es más sencillo plantear las cuatro ecuaciones de malla (a partir de I_1 , I_2 , I_3 , e I_4 es



fácil obtener todas las I de las demás ramas (las corrientes de las ramas externas coinciden con las de la malla a la que pertenecen).

Ecuación de malla 1

- Suma de tensiones de la malla 1 (en el sentido indicado): $5 - 3 = 2 \text{ V}$
- Suma de las resistencias de la malla 1: 20Ω
- Suma de las resistencias entre malla 1 y 2: 4Ω
- Suma de las resistencias entre malla 1 y 4: 7Ω
- Suma de las resistencias entre malla 1 y 3: 1Ω
- Ecuación malla 1: $20 \cdot I_1 - 4 \cdot I_2 - I_3 - 7 \cdot I_4 = 2$

Ecuación malla 2

$$-4 \cdot I_1 + 19 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 - 2 \cdot I_4 = -8,5$$

Ecuación malla 3

$$-I_1 - 8 \cdot I_2 + 21 \cdot I_3 - 3,5 \cdot I_4 = -0,5$$

Ecuación malla 4

$$-7 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 - 3,5 \cdot I_3 + 12,5 \cdot I_4 = 1$$

Tenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 20I_1 & -4I_2 & -I_3 & -7I_4 & = & 2 \\ -4I_1 & +19I_2 & -8I_3 & -2I_4 & = & -8,5 \\ -I_1 & -8I_2 & +21I_3 & -3,5I_4 & = & -0,5 \\ -7I_1 & -2I_2 & -3,5I_3 & +12,5I_4 & = & 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 20 & -4 & -1 & -7 \\ -4 & 19 & -8 & -2 \\ -1 & -8 & 21 & -3,5 \\ -7 & -2 & -3,5 & 12,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8,5 \\ -0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(He colocado el sistema en forma matricial para que observéis que la matriz de coeficientes es simétrica). Si lo resolvemos obtenemos:

http://wims.unice.fr/wims/es_tool~linear~linsolver.es.html

$$\begin{pmatrix} I_1 = -0,08186 \text{ A} \\ I_2 = -0,59632 \text{ A} \\ I_3 = -0,27806 \text{ A} \\ I_4 = -0,13911 \text{ A} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} I_{CA} = -0,08186 \text{ A} \\ I_{AB} = -0,59632 \text{ A} \\ I_{BC} = -0,27806 \text{ A} \\ I_{AD} = I_1 - I_2 \\ I_{BE} = I_2 - I_3 \\ I_{CF} = I_3 - I_1 \\ I_{DF} = I_1 - I_4 \\ I_{DE} = I_4 - I_2 \\ I_{FE} = I_3 - I_4 \end{pmatrix}$$



Operando tenemos:

$$\begin{array}{l}
 I_1 = -0,08186 \text{ A} \\
 I_2 = -0,59632 \text{ A} \\
 I_3 = -0,27806 \text{ A} \\
 I_4 = -0,13911 \text{ A}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 I_{CA} = -0,08186 \text{ A} \\
 I_{AB} = -0,59632 \text{ A} \\
 I_{BC} = -0,27806 \text{ A} \\
 I_{AD} = 0,51446 \text{ A} \\
 I_{BE} = -0,31826 \text{ A} \\
 I_{CF} = -0,1962 \text{ A} \\
 I_{DF} = 0,05725 \text{ A} \\
 I_{DE} = 0,45721 \text{ A} \\
 I_{FE} = -0,13895 \text{ A}
 \end{array}$$

Los signos menos indican corrientes contrarias a la elegidas.

Podemos hacer el balance energético.

ENERGÍA DISIPADA EN LAS RESISTENCIAS			
	I (A)	R _{total} (Ω)	P _{ot} =R I ² (W)
Rama CA	-0,08186	8	0,054
Rama AB	-0,59632	5	1,778
Rama BC	-0,27806	8,5	0,657
Rama AD	0,51446	4	1,059
Rama BE	-0,31826	8	0,810
Rama CF	-0,1962	1	0,038
Rama DF	0,05725	7	0,023
Rama DE	0,45721	2	0,418
Rama FE	-0,13895	3,5	0,068
		TOTAL	4,905

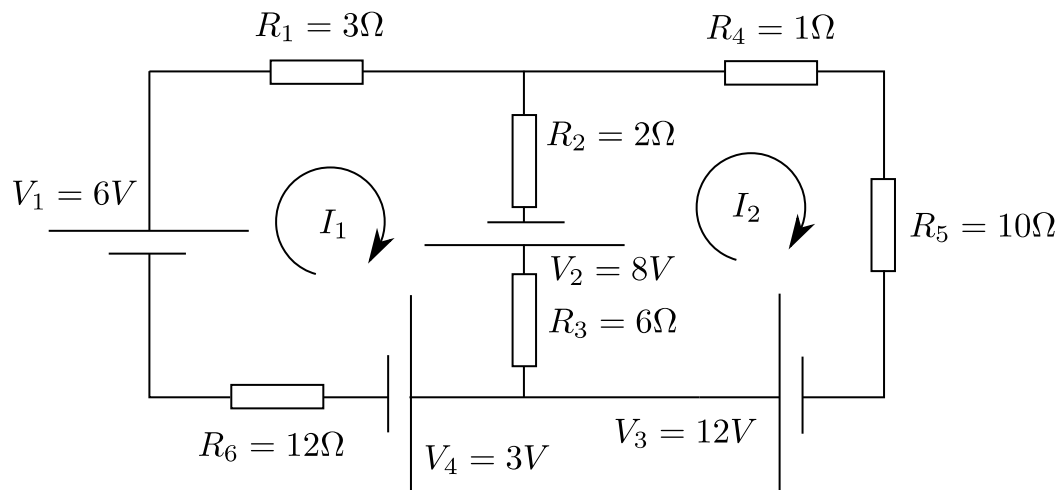
ENERGÍA SUMINISTRADA POR LAS PILAS			
	V (V)	I (A)	P _{ot} =V I (W)
V ₁ (de C a A)	5	-0,08186	-0,409
V ₂ (de A a B)	-4,5	-0,59632	2,683
V ₃ (de B a C)	-6,5	-0,27806	1,807
V ₄ (de D a F)	-3	0,05725	-0,172
V ₅ (de D a E)	4	0,45721	1,829
V ₆ (de F a E)	6	-0,13895	-0,834
		TOTAL	4,904



Las potencias negativas indican que la corriente entra por el polo positivo y sale por el negativo (en lugar de aportar energía la consume; es una batería que se está cargando)

Ejercicio

10. Resuelve aplicando las leyes de Kirchoff el siguiente circuito. Calcula las intensidades de cada rama y haz un balance de potencias.





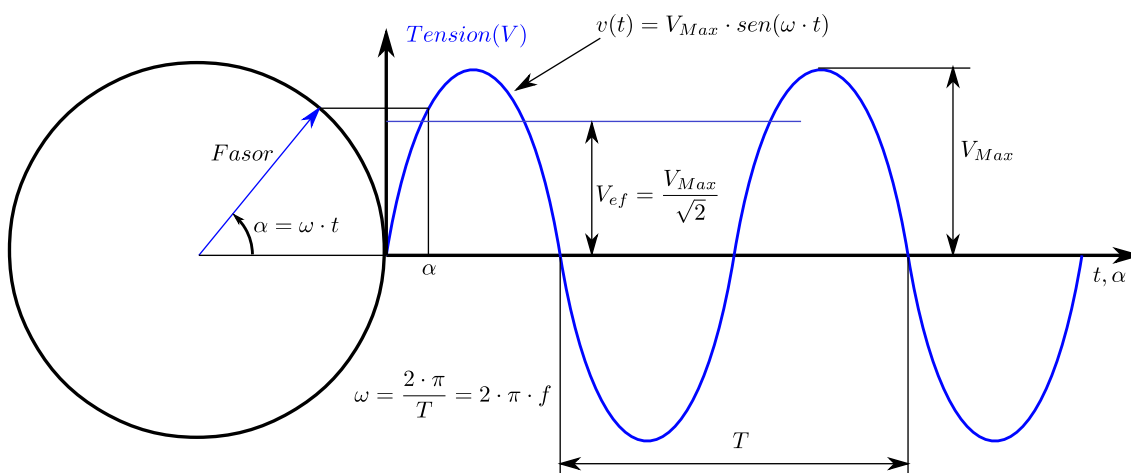
CORRIENTE ALTERNA

Hasta ahora hemos considerado que la carga eléctrica circula siempre en el mismo sentido. Pero podemos hacer que cambie de sentido de un modo periódico, simplemente cambiando la polaridad del generador: si los bornes del mismo cambian de potencial positivo a negativo a lo largo del tiempo, la corriente también cambiará su sentido.

Si la corriente siempre sigue el mismo sentido (o la polaridad es siempre la misma) tenemos **corriente continua**. Si cambia, tenemos **corriente alterna**.

Una pila o batería siempre tiene la misma polaridad, por lo que produce corriente continua. Los **dinamos** producen corriente continua.

Las centrales eléctricas producen corriente alterna por medio de **alternadores**. Normalmente se obtiene una corriente de tipo senoidal. La tensión en el alternador varía de acuerdo con una función seno.



El gráfico recoge valores característicos de las tensiones alternas senoidales. La tensión sigue en el tiempo una función seno, que podemos generarla haciendo girar un **fasor** de longitud V_{max} a velocidad ω : la proyección del fasor sobre el eje vertical nos indica la tensión en cada instante. Esa proyección vale

$$v(t) = V_{Max} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

ω → Pulsación. Es la velocidad de giro del fasor. Unidades rad/s

α → Ángulo del fasor en cada instante (rad). Muchas veces se usa el grado sexagesimal, pero hay que saber en cada caso lo que estamos calculando.

t → Tiempo (s)

T → Periodo. Es el tiempo que dura cada ciclo (s).

f → Frecuencia. Es el número de periodos por unidad de tiempo (Hercio, Hz \equiv 1/s). Lógicamente:

$$f = \frac{1}{T}$$

Ya estamos en condiciones de entender la relación entre la pulsación y el periodo. El fasor recorre un ángulo $2 \cdot \pi$ en un periodo T , por lo que:



$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$$

En el diagrama he indicado el valor de la tensión eficaz (V_{ef}). Su valor coincide con el de la tensión en continua que aplicada a una resistencia hace que disipe la misma energía calorífica que si aplicáramos la tensión alterna. Es el valor de la tensión que manejamos comúnmente en nuestros cálculos y es el medido por un voltímetro.

Para el caso de señales de tipo senoidal es relativamente fácil demostrar que su valor es:

$$V_{ef} = \frac{V_{Max}}{\sqrt{2}}$$

Por supuesto todas estas consideraciones las podíamos haber hecho teniendo en cuenta la intensidad de corriente. Hablaríamos del fasor de la intensidad, el valor eficaz de la intensidad etc.

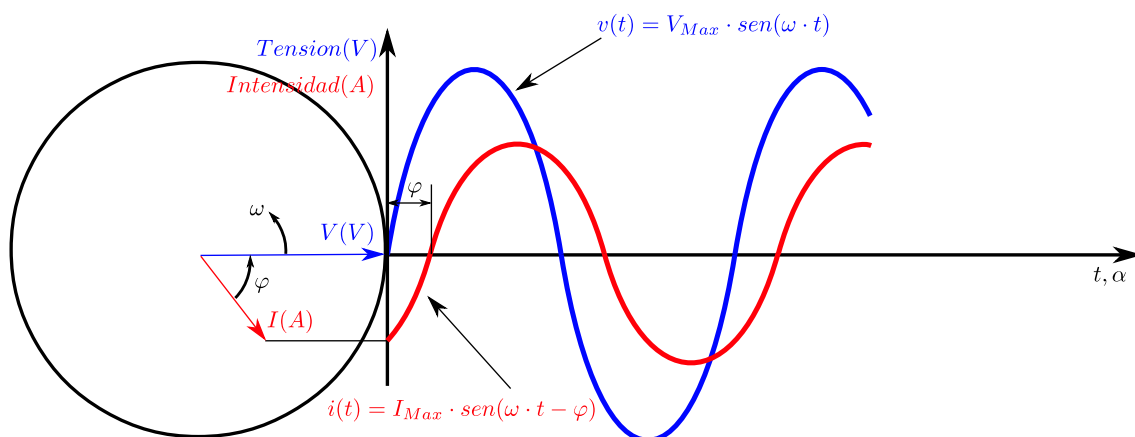
Otras observaciones:

- Hemos supuesto en lo anterior que el ángulo del fasor en $t=0$ s es cero. Esto no tiene porque ser así. Puede existir un desfase inicial θ , en cuyo caso:

$$v(t) = V_{Max} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \theta)$$

- También puede ocurrir, y de hecho es lo corriente, que los fasores de tensión e intensidad no tengan el mismo ángulo: lo normal es que el fasor de intensidad retrase un ángulo φ con respecto al de la tensión. Al coseno de este ángulo se le denomina **factor de potencia**.

En el siguiente esquema suponemos que en $t=0$ la tensión tiene un desfase θ de cero, y que la **intensidad retrasa un ángulo φ** con respecto al de la tensión. Fíjate que el ángulo del factor de potencia φ se mide desde la I hacia la V (en este caso φ es positivo).





Ejemplo

Vamos a dibujar una gráfica en la que la intensidad retrasa 60° con respecto a la tensión (la tensión adelanta 60° con respecto a la intensidad), con frecuencia de 40 Hz y valores eficaces de 71 V y 21 A.

Primero calculamos los valores máximos de la tensión y la intensidad:

$$V_{Max} = 71 \cdot \sqrt{2} = 100 \text{ V}$$
$$I_{Max} = 21 \cdot \sqrt{2} = 30 \text{ A}$$

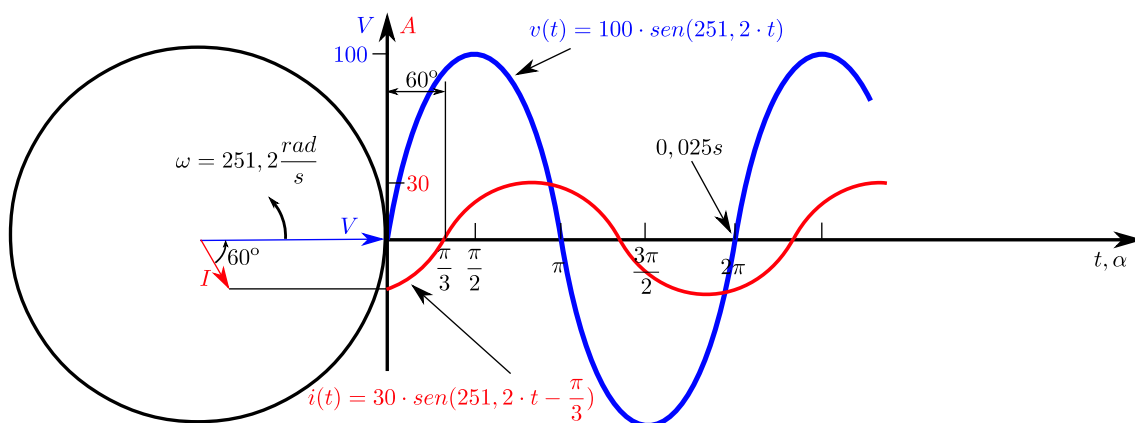
Calculamos el periodo T:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40} = 0,025 \text{ s}$$

Cada 0,025 s el fasor gira un ángulo de 360° (2π rad) y la onda se repite.

Queda calcular la pulsación ω :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 40 = 251,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



Ejercicios

1. Dibuja a escala una tensión alterna senoidal de frecuencia 50 Hz, y $V_{ef} = 141$ V. Desfase inicial $\theta = 0$.
 - a) Calcula el periodo T
 - b) Calcula V_{max}
 - c) Dibuja el fasor en $t=0$
 - d) Dibuja la señal usando una escala adecuada. No hace falta que el eje del tiempo y el de la tensión tenga la misma escala. Ni siquiera es necesario utilizar un papel distinto del cuadrulado del cuaderno, ni regla...
2.
 - a) Calcula la pulsación de la anterior tensión
 - b) Expresa la tensión mediante la función seno.



En los ejercicios siguientes dibuja la tensión con un ángulo cero en $t=0$ (como lo he dibujado arriba en la teoría). No hace falta ser muy precisos, pero si limpios y proporcionados.

3. Dibuja de nuevo en otra gráfica la tensión anterior y en la misma dibuja una intensidad **en fase con la tensión**, y de valor máximo 50 A. No olvides los fasores. Puedes utilizar para la tensión y la intensidad la misma escala. **En fase con la tensión significa que el ángulo φ del factor de potencia vale 0.**
4. Repite el dibujo del ejercicio 3 suponiendo que el ángulo φ es de 30° (la tensión adelanta 30° con respecto a la intensidad o I retrasa 30° con respecto a V). Para realizar el dibujo ten en cuenta que un periodo completo son 360° (deberás dividir el periodo completo de la tensión en 12 partes iguales, y usar esas divisiones como referencia).
5. Ahora dibuja suponiendo que V adelanta 90° (o I retrasa 90°)
6. Y por fin, supón que V retrasa 90° (o I adelanta 90°)

Las gráficas de los ejercicios 3, 5 y 6 se corresponden con circuitos en los que conectamos una resistencia pura, una inductancia pura (bobina) y un condensador puro respectivamente. El 4 es un caso general, en el que la carga conectada es una mezcla de los tres casos anteriores.

GENERACIÓN DE CORRIENTE ALTERNA

Campo magnético

En la naturaleza observamos varios tipos de fuerzas:

- La tierra atrae a objetos con masa. Tenemos fuerzas gravitatorias, que explican la atracción entre masas.
- Por otro lado entre cargas eléctricas existen fuerzas de atracción y repulsión. Dos cargas de igual signo se repelen y dos de distinto signo se atraen. Se estudia en electrostática.
- Y tenemos fuerzas entre polos de imanes. Dos polos de igual signo se repelen, y dos de signo contrarios atraen (en magnetismo hablamos de polo norte y polo sur, ya que la tierra genera un campo magnético cuyos polos coinciden aproximadamente con los polos norte y sur terrestre, gracias al cual podemos orientarnos con una brújula).

Las fuerzas gravitatorias son distintas de las otras dos, aunque los físicos tratan de encontrar una teoría unificadora entre estas fuerzas y otras que se dan en el interior de los átomos.

La electricidad y el magnetismo y su interacción fue estudiado por varios científicos en siglos pasados:



Coulomb (1736-1806) estudio la electrostática y las fuerzas entre cargas eléctricas. Inventó la balanza de torsión, y en 1785 demostró la ley que lleva su nombre. En sus últimos años hizo estudios de magnetismo.

Cavendish (1731-1810) entre 1770 y 1780 realizo experimentos eléctricos y se anticipó a la mayor parte de los descubrimientos que se realizaron en los cincuenta años siguientes. Pero no publicó nada, y no fueron conocidos hasta que **Maxwell**, otro monstruo de la materia, lo publicó un siglo después (1879).

Franklin (1706-1790) estudio el “fluido eléctrico”, las cargas eléctricas, a las que asignó signo positivo y negativo. Inventó el pararrayos, el “maravilloso efecto de los cuerpos puntiagudos que pueden igualmente comunicar el fuego eléctrico a los demás cuerpos y arrebatárselo”.

Gauss (1777-1855) que entre varios estudios matemáticos estudio el magnetismo terrestre y estableció un sistema de medidas lógico para los fenómenos magnéticos.